

Problemes a l'esprint

Equips de 1r i 2n d'ESO. 18 de febrer de 2015

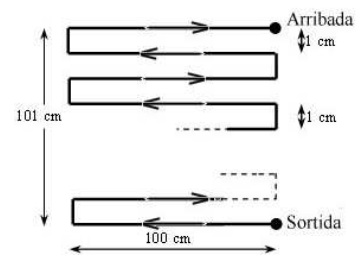
Les solucions

1. Resposta: 31.

El nombre $N = 2015201620172018$ està comprès entre $A = 2000000000000000$ (un 2 seguit de 15 zeros) i $B = 30000000000000000$ (un 3 seguit de 15 zeros). A^2 és el nombre format per un 4 seguit de 30 zeros; B^2 és el nombre format per un 9 seguit de 30 zeros. Cadasun d'aquests nombres té 31 xifres i, per tant, N^2 també té 31 xifres.

2. Resposta: 10301 cm.

Si l'altura marcada a la figura és de 101 cm, això vol dir que en el circuit hi ha 101 segments "verticals", de 1 cm cadascun, i 102 segments "horitzontals" (que aquest sigui un nombre parell és del tot coherent amb què el primer vagi cap a l'esquerra i l'últim cap a la dreta). La longitud total del circuit és, doncs, $101 + 102 \times 100 = 10301$ cm.



3. Resposta: 800 m².

Ve el nombre $V = 30$ del problema 5 (la solució més 5).

Si 1200 m representen 30 vegades el costat llarg de la pista la longitud d'aquest costat és $\frac{1200}{30} = 40$. Si 10 voltes a la pista també són 1200 m és que la volta sencera fa 120 m. És a dir que dues vegades el costat llarg (80 m) més dues vegades el costat curt són 120 m. Per tant dos costats curts són 40 m, i el costat curt fa 20 m. Es dedueix que l'àrea de la pista és $40 \times 20 = 800$ m².

4. Resposta: 8721.

Si pensem que hem de fer $M - N$ hem de mirar d'aconseguir que M sigui gran i N petit. Perquè això és compleixi és segur que convé que M comenci per 9 i N per 1. Si continuem amb la idea de fer M gran i N menut convindrà que M comenci per 98 i que N comenci per 10. Les quatre xifres dels dos nombres són, doncs, 98 i 10. La màxima diferència s'obté posant $9810 - 1089 = 8721$.

5. Resposta: 25.

Els nombres que estan a una distància de 2015 o més de -8 són tots els nombres més grans o iguals que 2007. Els nombres que estan a una distància de 17 o menys de 2015 són aquells nombres compresos entre 1998 i 2032, ambdòs inclosos.

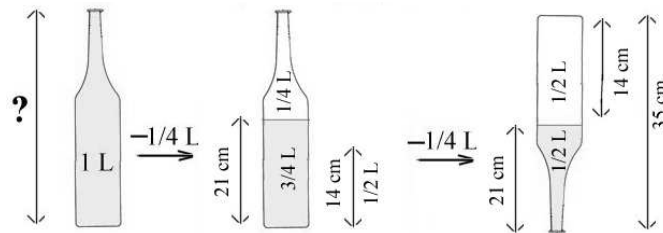
Els nombres que compleixen les dues condicions de l'enunciat són, doncs, els que determinen el segment d'extrems 2007 i 2032, que té longitud 25.

6. Resposta: 126.

Ens interessa estudiar en quins esglaons tant la Maria com en Pau posen el peu esquerre. Com que la Maria ho fa en tots els esglaons múltiples de 6 i en Pau en tots els esglaons múltiples de 4, i com que el mínim comú múltiple de 6 i 4 és 12, posaran tots dos el peu esquerre en els esglaons múltiples de 12. Si això succeeix 10 vegades el darrer esglaó on hauran posat el peu esquerre és el $10 \times 12 = 120$ è. Després d'aquest moment sabem que l'escalinata acabarà abans de 12 esglaons (perquè si fossin 12 o més ja no serien 10 sinó 11 els esglaons on tots dos posen el peu esquerre). La Maria ha de posar el peu esquerre en l'últim esglaó: serà el 6è després del 120è, i efectivament en aquest esglaó en Pau hi posa el peu dret.

7. Resposta: 35 cm.

Ve el nombre $D = 21$ del problema 5 (la solució menys 10).



L'enunciat ens diu que $3/4$ L assoleixen una altura de 21 cm de la part cilíndrica. Deduïm que cada $1/4$ L correspon a 7 cm, i, per tant, $1/2$ L a 14 cm. Ara bé, la part que queda buida quan ja només hi ha $1/2$ L d'aigua a l'ampolla correspon a una capacitat de $1/2$ L i, com que és de la part cilíndrica, a 14 cm, que amb l'altura de 21 cm que assoleix $1/2$ L amb l'ampolla tombada ens dóna una altura total de 35 cm.

8. Resposta: 48.

En acabar totes les partides en Magí les haurà guanyat totes menys 6. Si n'ha guanyat el 90 % aquestes 6 partides són el 10 % del total de les que ha jugat. Per tant el nombre total de partides és 60, perquè el seu 10 % sigui 6. Com que el dissabte n'havia jugat 12, deduïm que el diumenge n'ha jugat $60 - 12 = 48$.

9. Resposta: 4.

Véuen dos nombres, $P = 8$ del problema 4 i $T = 48$ del problema 8.

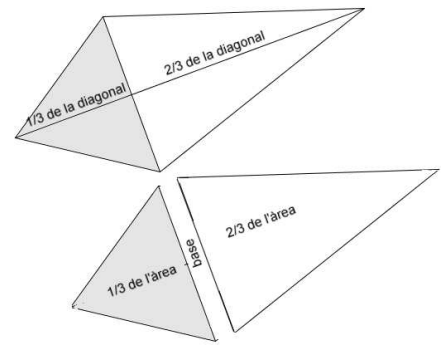
Per cada hora que treballa el pare ell omple 8 caixes de taronges; la mare ha treballat la meitat d'hores i cada hora n'omple 6, i això equival a que per cada hora que treballa el pare, la mare ha omplert 3 caixes, i la filla treballa la quarta part d'hores del pare i cada hora omple 4 caixes, cosa que ens diu que per cada hora de treball del pare, la filla ha omplert una caixa. En total, doncs, per cada hora de treball del pare s'han omplert $8 + 3 + 1 = 12$ caixes i si se n'han omplert en total 48, això ens diu que el pare ha treballat 4 hores.

El pare haurà omplert $4 \times 8 = 32$ caixes; la mare haurà treballat 2 hores i omplert $2 \times 6 = 12$ i la filla 1 hora, 4 caixes. En total $32 + 12 + 4 = 48$.

10. Resposta: 25000.

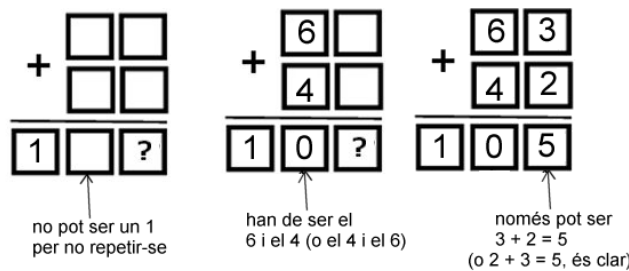
Per la resposta del problema anterior, la E de l'enunciat val $E = 40.000 \text{ €}$.

Les dues parts del camp són dos triangles amb la mateixa base. Les altures són: una, la tercera part de la diagonal i l'altra les dues terceres parts de la diagonal. Per tant una altura és la meitat que l'altra i el mateix succeirà amb l'àrea de les dues parts del camp. Idò una àrea (la que correspon la filla) és la meitat de l'altra i és, doncs, la tercera part de l'àrea total del camp i té un valor de 10.000 € i l'altra. Com que el valor total de la donació és de $40.000 + 30.000 = 70.000 \text{ €}$, a la filla i al fill els corresponen a cadascú 35.000 € . A la filla li falten, doncs, $35.000 - 10.000 = 25.000 \text{ €}$.



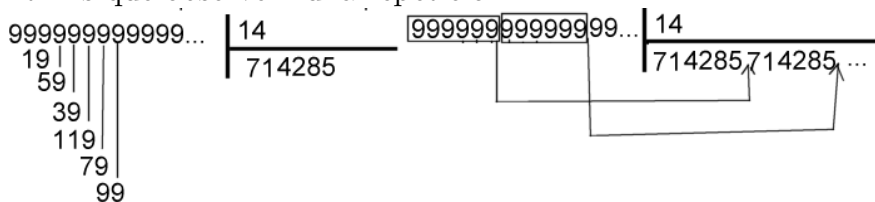
Els problemes de propina

1. Resposta: El 5.



2. Resposta: 335.

Anem dividint fins que observem una repetició.



Ja s'anirà repetint el grup 714285 en el quocient

Podem veure que en acabar cada grup de sis 9 en el dividend apareix un 5 en el quocient. Com que 2015 dividit per 6 dóna 335 de quocient, aquest serà el nombre de 5 del quocient.

3. Resposta: 7,6.

L'àrea del rectangle $ABCD$ és $10 \times 8 = 80$. Si mirem les àrees dels quatre triangles rectangles, un en cada vèrtex, la suma d'aquestes àrees és $2 \times 6 + 2 \times 15 = 42$. Per tant l'àrea del paral·lelogram $EFGH$ és $80 - 42 = 38$. Pel teorema de Pitàgores sabem que la base FG d'aquest paral·lelogram és $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ i l'àrea és $38 = 5 \times d$ i, per tant $d = \frac{38}{5} = 7,6$.

