



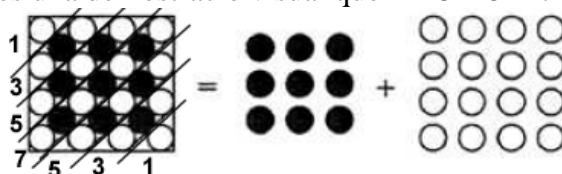
# Problemes a l'esprint



3r i 4t d'ESO. 10 desembre 2014

## Primer grup de problemes

1.- La figura següent és una demostració visual que  $1 + 3 + 5 + 7 + 5 + 3 + 1 = 3^2 + 4^2$

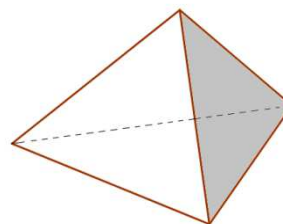


Deduïu quins són els valors de dos nombres enters,  $A$  i  $B$ , amb  $A < B$ , i cadascun de quatre xifres que compleixin

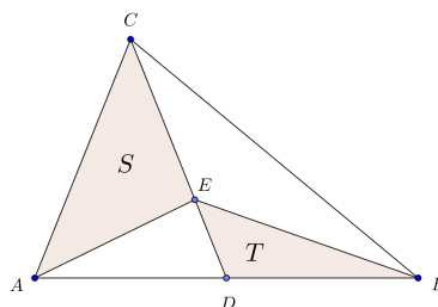
$$1 + 3 + 5 + \dots + 2013 + 2015 + 2013 + \dots + 5 + 3 + 1 = A^2 + B^2$$

Heu de passar un nombre  $L$  al problema 7.  $L$  és la suma de les xifres del nombre  $B$ .

2.- Una cara d'un tetraedre regular està pintada de gris i les altres cares es volen pintar fent servir un, dos o tres dels colors vermell, groc o verd, utilitzant un sol color per cara. Quants acoloriments diferents podem obtenir per al tetraedre?



3.- (venen dos nombres  $S$  i  $T$  del problema 5)  
En un triangle  $ABC$ , el punt  $D$  és el punt mitjà del costat  $AB$  i  $E$  és un punt de la mitjana  $CD$  que compleix que l'àrea del triangle  $AEC$  és  $S$  i l'àrea del triangle  $BED$  és  $T$ .  
Quina és l'àrea del triangle  $ABC$ ?



4.- Calculeu quantes xifres té el nombre

1234567891011...2011201220132014

que resulta d'escriure un a costat de l'altre i en ordre creixent tots els nombres enters positius de l'1 al 2014.

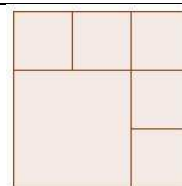
La xifra de les unitats de la resposta passa com a nombre  $b$  al problema 9.

## Segon grup de problemes

5.- De quantes maneres diferents poden posar-se els nombres 1, 2, 3, 4, 5 i 6 ens els sis quadrats de la figura de manera que dos quadrats adjacents no tinguin escrits números, la diferència dels quals sigui 3.

Nota: *quadrats adjacents* vol dir que tot un costat d'un dels dos quadrats coincideix amb tot el costat o amb part del costat d'un altre quadrat.

L'última xifra de la resposta (la xifra de les unitats) passa com a nombre  $T$  al problema 3 i la penúltima xifra (la xifra de les desenes) hi passa com a nombre  $S$ .



6.- Considereu els dos nombres

$$a = \underbrace{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}}_{2014 \text{ sumands}}$$

$$b = \underbrace{\frac{1}{1} + \frac{3}{2} + \frac{5}{3} + \dots + \frac{4027}{2014}}_{2014 \text{ sumands}}$$

i calculeu el valor de la suma  $a + b$ .

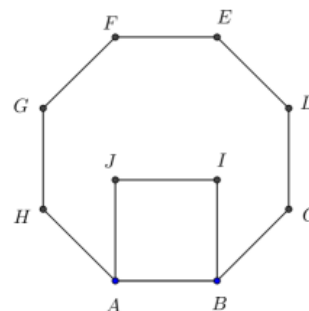
7.- (ve un nombre  $L$  del problema 1)

Tenim un octàgon regular  $ABCDEFGH$ .

Construïm un quadrat  $AJIB$  cap a dintre de l'octàgon.

Si el costat de l'octàgon és  $L$ , calculeu la distància  $CJ$ .

El formulari de resposta us demanarà que escriviu la solució com  $m\sqrt{n}$  per a dos nombres enters positius  $m$ ,  $n$ , amb  $n$  tan petit com sigui possible.



8.- Sabent que, com és habitual en aquest tipus de problemes, lletres diferents representen díigits diferents i que  $D \neq 0$ , trobeu la paraula que s'amaga en el resultat de la suma.

El valor de la lletra  $A$  passa al problema 9

$$\begin{array}{r} \text{DORM} \\ \text{AOO} \\ + \text{AOO} \\ \hline \text{2395} \end{array}$$

## Reptes finals

9.- (venen dos nombres d'una xifra,  $b$  del problema 4 i  $A$  del problema 8)

Calcula la suma de tots els nombres de  $A$  xifres que el producte de les seves xifres és igual a  $b$ .

La suma de les xifres de la resposta d'aquest problema multiplicada per 5 passa al problema 10 com a nombre  $H$ . Si  $s$  és la suma de les xifres de la resposta,  $H = 5s$ .

10.- Sabeu què és un *googol*, paraula de la que en part se'n deriva la marca Google?

També està definit el nombre *googolplex*.

Si us cal, busqueu les definicions i calculeu  $N$ , que és el nombre de xifres que té el nombre *googolplex*.

$H \cdot \text{googol}$ .

Una vegada obtingut  $N$ , calculeu quant sumen les xifres de  $N$ .